Ioan Balica
Paula Balica
Marius Perianu
Liviu Stroie

Matematică

caiet pentru vacanța de vară

Clasa a VII-a

art
educațional

Cuprins

I Numere reale

I.1 Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect 5
I.2 Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv 6
I.3 Mulțimea numerelor reale. Modulul unui număr real. Compararea numerelor reale 10
I.4 Reguli de calcul cu radicali 12
I.5 Operații cu numere reale 15
I.6 Raționalizarea numitorilor 22
I.7 Media aritmetică ponderată. Media geometrică 26
I.8 Ecuația de forma $x^2 = a$, unde a este număr real 29

II Ecuații și sisteme de ecuații liniare

II.1 Ecuații de gradul I cu o necunoscută 35
II.2 Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute 43
II.3 Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații liniare 52

III Elemente de organizare a datelor

III.1 Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte în plan 63
III.2 Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice 70

IV Patrulatere

IV.1 Patrulater convex. Paralelogramul. Linia mijlocie în triunghi 74
IV.2 Paralelograme particulare: dreptunghiul, rombul, pătratul 80
IV.3 Trapezul 88
IV.4 Ariile figurilor geometrice 95

V Cercul

V.1 Coarde și arce de cerc 110
V.2 Unghi, triunghi și patrulater înscrise în cerc 117
V.3 Tangente duse dintr-un punct exterior la un cerc 125
V.4 Lungimea cercului și aria discului 130

VI Asemănarea triunghiurilor

VI.1 Segmente proporționale. Teorema lui Thales 135
VI.2 Triunghiuri asemenea. Teorema fundamentală a asemănării 143
VI.3 Criterii de asemănare a triunghiurilor 151

VII Relații metrice în triunghiul dreptunghic

VII.1 Teorema înălțimii. Teorema catetei. Teorema lui Pitagora 159
VII.2 Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic 165
VII.3 Rezolvarea triunghiului dreptunghic 173
VII.4 Calculul elementelor în poligoane regulate 180
VII.5 Ariile poligoanelor studiate 184

Teste înainte de începutul clasei a VIII-a

Testul 1 190
Testul 2 192
Testul 3 194
Testul 4 196
Testul 5 198

Competențe

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
   - 1.1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui R
   - 1.2. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare
   - 1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame
   - 1.4. Identificarea patrulaterelor particulare în configurații geometrice date
   - 1.5. Identificarea elementelor cercului şi/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date
   - 1.6. Identificarea triunghiurilor asemenea în configurații geometrice date
   - 1.7. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată

2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
   - 2.1. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea şi aproximarea numerelor reale
   - 2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare
   - 2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora
   - 2.4. Descrierea patrulaterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date
   - 2.5. Descrierea proprietăților cercului şi ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc
   - 2.6. Stabilirea relației de asemănare între triunghiuri
   - 2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia

3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
   - 3.1. Utilizarea unor algoritmi şi a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
   - 3.2. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații şi sisteme de ecuații liniare
   - 3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora
   - 3.4. Utilizarea proprietăților patrulaterelor în rezolvarea unor probleme
   - 3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme
   - 3.6. Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii
   - 3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic

4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
   - 4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
   - 4.2. Redactarea rezolvării ecuațiilor şi sistemelor de ecuații liniare
   - 4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor
   - 4.4. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulatere
   - 4.5. Exprimarea proprietăților cercului şi ale poligoanelor în limbaj matematic
   - 4.6. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unor figuri geometrice folosind asemănarea
   - 4.7. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic

5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
   - 5.1. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
   - 5.2. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare
   - 5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor
   - 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri şi a unor arii
   - 5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice
   - 5.6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice
   - 5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic

6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii
   - 6.1. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale
   - 6.2. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare
   - 6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic)
   - 6.4. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere
   - 6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri
   - 6.6. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând asemănarea triunghiurilor
   - 6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic

I Numere reale

I.1 Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect

1 Încercuiți pătratele perfecte existente între următoarele numere:

8 12 16 25 40 49 65

72 81 99 100 121 145 196

Indicație: Un număr natural este pătrat perfect dacă el este puterea a doua (sau pătratul) unui număr natural. Deci, 8 nu e pătrat perfect. $16 = 4^2$, deci 16 este pătrat perfect.

2 Completați următorul tabel, știind că x este număr natural:

x	3	4		7			15		24	
x^2			25		81	100		400		900

3 Scrieți pătratele perfecte cuprinse între 10 și 150:

Indicație: Primul număr care convine este 16, care este pătratul lui 4, apoi 25, care este pătratul lui 5, apoi ...

4 Scrieți:

a 5 numere de două cifre care **nu sunt** pătrate perfecte:

b 5 numere de trei cifre care **nu sunt** pătrate perfecte:

5 Uniți prin săgeți fiecare enunț din coloana **A** cu rezultatul corespunzător din coloana **B**.

A	**B**
a Pătratul lui 13	**1** 125
b Cubul lui 5	**2** 1
c 8 la puterea a treia	**3** 2000
d 1 la puterea 2000	**4** 512
	5 169

6 Determinați numerele naturale care au pătratul egal cu:

a 9; **b** 36; **c** 100; **d** 400; **e** 900.

Indicație: **a** $9 = 3^2$, deci numărul cerut este .... .

b $36 = ...^2$, deci numărul cerut este ..... . **c** .....

d ..... . **e** .....

7 Determinați numerele întregi care au pătratul egal cu:

a 1; **b** 25; **c** 64; **d** 225; **e** 625.

Indicație: **a** $1^2 = 1$. Dar și $(-1)^2 = 1$. Deci numerele sunt .... și .... .

8 Scrieți în dreptul fiecărei afirmații de mai jos **A**, dacă afirmația este adevărată, respectiv **F**, dacă afirmația este falsă:

a $\sqrt{4}=2$; **b** $\sqrt{16}=8$; **c** $\sqrt{36}=-6$; **d** $\sqrt{81}=9$;

e $\sqrt{25}=\sqrt{5}$; **f** $\sqrt{100}=10$; **g** $\sqrt{144}=\pm 12$; **h** $\sqrt{121}=11$.

9 Completați spațiile punctate:

a $\sqrt{5^2}=\ldots$; **b** $\sqrt{15^2}=\ldots$; **c** $\sqrt{30^2}=\ldots$; **d** $\sqrt{54^2}=\ldots$.

10 Completați spațiile punctate:

a $\sqrt{3^4}=\ldots$; **b** $\sqrt{2^6}=\ldots$; **c** $\sqrt{1^8}=\ldots$; **d** $\sqrt{4^3}=\ldots$.

11 Scrieți un număr natural mai mare decât 10 care este atât pătrat perfect, cât și cub perfect.

Soluție: Numărul este . . . . . .

12 Calculați, apoi verificați rezultatele obținute folosind minicalculatorul:

a $\sqrt{121}+\sqrt{144}=\ldots+\ldots=\ldots$; **b** $\sqrt{441}-\sqrt{225}=\ldots-\ldots=\ldots$;

c $\sqrt{361}+\sqrt{289}=\ldots+\ldots=\ldots$; **d** $\sqrt{931}-\sqrt{841}=\ldots-\ldots=\ldots$.

13 Arătați că numărul a este pătrat perfect, apoi calculați $\sqrt{a}$:

$a = 1 + 2 + 3 + \ldots + 24 + 13 \cdot 25$.

Rezolvare:

I.2 Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv

1 Completați următorul tabel:

x	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{6}{7}$	0,5	0,1	2,4	−0,5	−1,2	−2,5
x^2										

2 Completați următorul tabel:

x	$\frac{1}{9}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{25}{16}$	$\frac{100}{49}$	0,25	0,81	1,44	3,24	5,76	12,25
$\sqrt{x}$										

3 Calculați, conform modelului:

a $\sqrt{\frac{9}{25}} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$; **b** $\sqrt{\frac{16}{25}} =$; **c** $\sqrt{\frac{36}{49}} =$;

d $\sqrt{\frac{1}{100}} =$; **e** $\sqrt{\frac{121}{81}} =$; **f** $\sqrt{\frac{225}{144}} =$.

Rezolvare:

4 Calculați, conform modelului:

a $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$; **b** $\sqrt{2\frac{1}{4}} =$; **c** $\sqrt{2\frac{14}{25}} =$;

d $\sqrt{1\frac{11}{25}} =$; **e** $\sqrt{3\frac{6}{25}} =$; **f** $\sqrt{4\frac{13}{36}} =$.

Rezolvare:

5 Calculați, conform modelului:

a $\sqrt{0,09} = \sqrt{(0,3)^2} = 0,3$; **b** $\sqrt{0,25} =$; **c** $\sqrt{0,81} =$;

d $\sqrt{2,56} =$; **e** $\sqrt{6,76} =$; **f** $\sqrt{0,0225} =$.

Rezolvare:

6 Calculați rădăcina pătrată a numărului $a = 2 \cdot \left(\frac{3^2 + 4^2}{5^2} + \frac{25^2 - 15^2}{20^2} \right)$.

Rezolvare:

7 Arătați că numărul b este natural, unde $b = \sqrt{\frac{36}{25}} + \sqrt{0,64} + \sqrt{1,44} + 2 \cdot \sqrt{3,61}$.

Rezolvare:

8 Folosind eventual minicalculatorul, efectuați:

a $\sqrt{20{,}25} = \ldots\ldots$; **b** $\sqrt{40{,}96} = \ldots\ldots$; **c** $\sqrt{17{,}2225} = \ldots\ldots$.

9 Calculați:

a $\sqrt{15^2+20^2}$; **b** $\sqrt{30^2-18^2}$; **c** $\sqrt{\dfrac{12^2+24^2}{15^2-9^2}}$; **d** $\sqrt{\dfrac{5^2+12^2}{25^2-15^2}}$.

Rezolvare:

10 Efectuați:

a $\left(3\cdot\sqrt{25}-2\cdot\sqrt{16}\right):\sqrt{49}$; **b** $\left(5\cdot\sqrt{169}-2\cdot\sqrt{225}\right)\cdot\sqrt{7-\sqrt{9}}$;

c $\left(3\cdot\sqrt{81}+4\cdot\sqrt{25}+5\cdot\sqrt{169}\right):\sqrt{2^4}$; **d** $\left(5\cdot\sqrt{225}-7\cdot\sqrt{36}\right):\sqrt{121}$.

Rezolvare:

11 Calculați:

a $\sqrt{324}\cdot\left(\sqrt{49}-\sqrt{25}\right)+\sqrt{256}$; **b** $\sqrt{900}:\sqrt{225}+\sqrt{4}\cdot\left(\sqrt{1225}-\sqrt{196}\right)$;

c $\sqrt{84-\sqrt{400}}+\sqrt{150-\sqrt{2500}}$; **d** $\sqrt{64+\sqrt{4\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt{729}}}}$.

Rezolvare:

12 Calculați:

a $4\cdot\sqrt{0{,}25}+\dfrac{5}{2}\cdot\sqrt{0{,}36}+\sqrt{196}\cdot 2{,}5$; **b** $0{,}1(6)\cdot\sqrt{1296}-0{,}(5)\cdot\sqrt{0{,}81}+\dfrac{11}{18}\cdot\sqrt{\dfrac{81}{121}}$;

c $\sqrt{\dfrac{144}{25}}:\sqrt{1{,}44}+1{,}(2)\cdot\sqrt{\dfrac{4}{25}}-\dfrac{\sqrt{729}}{9}$; **d** $\dfrac{10}{3}\cdot\sqrt{12{,}96}-5\dfrac{1}{3}:\sqrt{2{,}56}+1{,}2\cdot\sqrt{25}$.

Rezolvare:

13 Aflați numerele raționale x care verifică egalitățile:

a $\dfrac{\sqrt{144}-\sqrt{81}}{x}=\dfrac{\sqrt{225}}{\sqrt{900}+\sqrt{25}}$;

b $\dfrac{\sqrt{32+\sqrt{1024}}}{\sqrt{135-\sqrt{1225}}}=\dfrac{2x}{\sqrt{270-\sqrt{2025}}}$.

Rezolvare:

14 Arătați că numărul x este număr natural pătrat perfect, unde

$x=25\cdot\left[\sqrt{4\cdot 0,(4)}+\sqrt{40\cdot 0,0(4)}+\sqrt{400\cdot 0,00(4)}\right]$.

Rezolvare:

15 Arătați că x este număr rațional:

$$x=\sqrt{\frac{1}{94}\cdot\left[\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{24\cdot 25}\right)-\left(\frac{1}{25\cdot 26}+\frac{1}{26\cdot 27}+\ldots+\frac{1}{49\cdot 50}\right)\right]}.$$

Rezolvare:

16 Determinați cifrele nenule și distincte a și b, pentru care numărul $\sqrt{1,(a)+2,(b)}$ este rațional.

Rezolvare:

I.3 Mulțimea numerelor reale. Modulul unui număr real. Compararea numerelor reale

1 Scrieți în dreptul fiecărei propoziții de mai jos **A**, dacă propoziția este adevărată, respectiv **F**, dacă propoziția este falsă:

a 2 este număr natural.
b -8 este număr întreg.
c 0 este număr întreg negativ.
d 0,5 este număr întreg.
e 2,(8) este număr rațional.
f $\sqrt{2}$ este număr irațional.

2 Stabiliți care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care false:

a $2 \in \mathbb{Z}$ ....;
b $2,5 \in \mathbb{N}$ ....;
c $2,5 \in \mathbb{Q}$ ....;
d $-3 \in \mathbb{Q}$ ....;
e $0 \in \mathbb{R}$ ....;
f $\frac{3}{4} \notin \mathbb{Z}$ ....;
g $-\frac{1}{2} \notin \mathbb{R}$ ....;
h $0,(3) \in \mathbb{Z}$ .... .

3 **a** Dați trei exemple de numere întregi care să nu fie naturale.

Rezolvare: .....

b Dați trei exemple de numere raționale care să nu fie întregi.

Rezolvare: .....

c Dați trei exemple de numere iraționale.

Rezolvare: .....

d Dați trei exemple de numere reale.

Rezolvare: .....

e Dați trei exemple de numere reale care să nu fie raționale.

Rezolvare: .....

4 Fie numerele: -6; $-\sqrt{5}$; -1; $-2,5$; 0; $\frac{2}{3}$; $\sqrt{2}$; 2,2(5); $\sqrt{9}$; π. Dintre acestea sunt:

a numere naturale: .....
b numere negative: .....
c numere întregi negative: .....
d numere reale: .....
e numere raționale: .....
f numere iraționale: .....

5 Arătați că următoarele numere sunt raționale:

a $\sqrt{\frac{81}{49}} = ...$;
b $\sqrt{7,(1)} = \sqrt{7\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3} \in \mathbb{Q}$;
c $\sqrt{2,25} = ...$;
d $\sqrt{0,(11)} = ...$;
e $\sqrt{5\frac{4}{9}} = ...$;
f $\sqrt{1,36(1)} = ...$;

6 Stabiliți care dintre numerele următoare sunt raționale și care sunt irraționale:

a $\sqrt{12^2}$; **b** $\sqrt{4^3}$; **c** $\sqrt{3^2\cdot 5}$; **d** $\sqrt{12^2+16^2}$; **e** $\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^4}$; **f** $\sqrt{0,(2)\cdot 2}$.

Rezolvare:

a .....

b .....

c Știm că $\sqrt{a}$ este număr irațional dacă a este pătratul unui număr rațional. Cum $\sqrt{3^2\cdot 5}=\sqrt{45}$, iar 45 nu este pătrat perfect, rezultă că numărul $\sqrt{3^2\cdot 5}$ este irațional.

d .....

e .....

f .....

7 Se consideră mulțimea $A=\left\{-\frac{3}{5};\sqrt{36};\frac{15}{3};6,1;3\sqrt{2};\frac{1}{3};\sqrt{1};\sqrt{2}\right\}$.

Scrieți elementele mulțimilor:

$A\cap\mathbb{N}=\{.....\}$; $A\cap\mathbb{Z}=\{.....\}$;

$A\cap\mathbb{Z}=\{.....\}$; $A\cap(\mathbb{R}-\mathbb{Q})=\{.....\}$;

$A\cap\mathbb{R}=\{.....\}$; $A\cap\mathbb{N}=\{.....\}$.

8 Calculați:

a $|4|=...$; **b** $|-7|=...$; **c** $|1,3|=...$; **d** $|-2,5|=...$;

e $\left|\frac{3}{2}\right|=...$; **f** $\left|-\frac{7}{11}\right|=...$; **g** $|3,(3)|=.....$; **h** $|-5,12(45)|=...$;

i $|\sqrt{2}|=...$; **j** $|-\sqrt{10}|=...$; **k** $\left|-\frac{\sqrt{2}}{6}\right|=.....$; **l** $\left|-\sqrt{\frac{7}{15}}\right|=....$

9 Calculați:

a $|\sqrt{2}-2|$; **b** $|3-\sqrt{2}|$; **c** $|-\sqrt{2}+5|$; **d** $|-6+\sqrt{45}|$.

Rezolvare:

10 Încadrați fiecare dintre numerele următoare între două numere întregi consecutive, conform modelului:

a $1<\sqrt{2}<2$; **b** $... <-2,5< ...$; **c** $...<\sqrt{5}<...$;

d $...<-7,3<...$; **e** $... <0,2< ...$; **f** $...<2\sqrt{2}<....$

11 Completați cu unul dintre semnele "<",">" sau "=":

a 2 ◯ 5; **b** 3,9 ◯ 4,5; **c** −5 ◯ 0; **d** 6,9 ◯ 6,75;

d 0,(2) ◯ 0,(21); **e** 0,5 ◯ $\frac{1}{2}$; **f** $\sqrt{5}$ ◯ $2\sqrt{6}$; **g** $\sqrt{3}$ ◯ 1,73.

12 **a** Dați două exemple de numere raționale cuprinse între 5 și 6.

Rezolvare: .....

b Dați două exemple de numere iraționale cuprinse între 5 și 6.

Rezolvare: .....

13 Considerăm mulțimea $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\ldots,\sqrt{30}\right\}$.

a Stabiliți câte numere raționale și câte numere iraționale conține mulțimea A.

Rezolvare: .....

b Calculați suma numerelor raționale din mulțimea A.

Rezolvare: .....

c Scrieți un număr din mulțimea A, mai mare decât 2.

Rezolvare: .....

14 Determinați elementele următoarelor mulțimi:

a $A=\left\{x\in\mathbb{R}\,\middle|\,|x|=1\right\}$; **b** $B=\left\{x\in\mathbb{N}\,\middle|\,\sqrt{2}<x<\sqrt{10}\right\}$;

b $C=\left\{x\in\mathbb{N}\,\middle|\,|x+1|=3\right\}$; **d** $D=\left\{x\in\mathbb{R}\,\middle|\,|x+1|=\sqrt{2}\right\}$.

Rezolvare:

15 Arătați că numărul $a=\sqrt{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot99+2}$ este irațional.

Rezolvare:

I.4 Reguli de calcul cu radicali

1 Calculați, conform modelului:

a $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{2\cdot3}=\sqrt{6}$; **b** $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}=$; **c** $\sqrt{11}\cdot\sqrt{7}=$; **d** $\sqrt{5}\cdot\sqrt{11}=$; **e** $\sqrt{5}\cdot\sqrt{0{,}8}=$;

f $\sqrt{0{,}25}\cdot\sqrt{4}=$; **g** $\sqrt{1{,}5}\cdot\sqrt{6}=$; **h** $-\sqrt{6}\cdot\sqrt{\frac{25}{6}}=$; **i** $\sqrt{\frac{7}{9}}\cdot\sqrt{\frac{64}{7}}=$.

2 Scrieți fiecare dintre numerele următoare ca produs de doi radicali:

a $\sqrt{10}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}$; **b** $\sqrt{15}=$; **c** $\sqrt{6}=$; **d** $\sqrt{24}=$; **e** $\sqrt{45}=$;

f $\sqrt{80}=$; **g** $\sqrt{150}=$; **h** $\sqrt{480}=$; **i** $\sqrt{845}=$.

Rezolvare:

3 Calculați, conform modelului:

a $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{27^{(3}}{3}}=\sqrt{9}=3$; **b** $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=$; **c** $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{4}}=$; **d** $\frac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}}=$; **e** $\frac{\sqrt{512}}{\sqrt{8}}=$; **f** $\frac{\sqrt{1728}}{\sqrt{12}}=$.

Rezolvare:

4 Calculați, conform modelului:

a $\sqrt{45}:\sqrt{5}=\sqrt{45:5}=\sqrt{9}=3$; **b** $\sqrt{27}:\sqrt{3}=$; **c** $\sqrt{72}:\sqrt{8}=$;

d $\sqrt{150}:\sqrt{6}=$; **e** $\sqrt{448}:\sqrt{7}=$; **f** $\sqrt{972}:\sqrt{12}=$.

Rezolvare:

5 Calculați, conform modelului:

a $\frac{\sqrt{60}-\sqrt{65}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{60}{5}}-\sqrt{\frac{65}{5}}=\sqrt{12}-\sqrt{13}$;

b $\frac{\sqrt{48}+\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=$; **c** $\frac{\sqrt{18}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=$; **d** $\frac{\sqrt{99}+\sqrt{44}}{\sqrt{11}}=$.

Rezolvare:

6 Scoateți factorii de sub radical:

a 12 | $\sqrt{12} =$

b 18 | $\sqrt{18} =$

c 48 | $\sqrt{48} =$

d 54 | $\sqrt{54} =$

e 240 | $\sqrt{240} =$

f 360 | $\sqrt{360} =$

g 432 | $\sqrt{432} =$

h 864 | $\sqrt{864} =$

7 Introduceți factorii sub radical:

a $3\sqrt{2} =$; **b** $3\sqrt{5} =$; **c** $4\sqrt{3} =$; **d** $5\sqrt{2} =$; **e** $4\sqrt{5} =$;

f $-2\sqrt{3} =$; **g** $-9\sqrt{2} =$; **h** $-3\sqrt{13} =$; **i** $-11\sqrt{7} =$.

Rezolvare:

8 Scrieți în dreptul fiecărei egalități de mai jos **A**, dacă egalitatea este adevărată, respectiv **F**, dacă egalitatea este falsă.

a $2\sqrt{3} = \sqrt{6}$; **b** $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$; **c** $5\sqrt{2} = \sqrt{20}$;

d $5\sqrt{2} = \sqrt{72}$; **e** $4\sqrt{2} = \sqrt{32}$; **f** $-2\sqrt{7} = -\sqrt{28}$;

g $-3\sqrt{12} = \sqrt{108}$; **h** $-5\sqrt{15} = -\sqrt{225}$; **i** $-9\sqrt{3} = \sqrt{243}$.

9 Comparați numerele:

a $2\sqrt{3}$ și $3\sqrt{2}$; **b** $4\sqrt{3}$ și $5\sqrt{2}$; **c** $4\sqrt{5}$ și $5\sqrt{3}$;

d $6\sqrt{3}$ și $7\sqrt{2}$; **e** $-5\sqrt{5}$ și $-7\sqrt{3}$; **f** $-4\sqrt{2}$ și $-2\sqrt{5}$.

Rezolvare: a $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$, $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$. $\sqrt{12}<\sqrt{18}$, deci .....

b .....

c .....

d .....

e .....

f .....

10 Ordonați crescător următoarele numere: $8\sqrt{3}; 11\sqrt{2}; 6\sqrt{5}; 4\sqrt{5}; 2\sqrt{7}; 3\sqrt{6}$.

Rezolvare:

11 Scoateți factorii de sub radical:

a $\sqrt{4\sqrt{25}+5^2\cdot 7}$; **b** $\sqrt{3^3\cdot 4-3^3+9\sqrt{9}}$; **c** $\sqrt{\sqrt{225}+6\sqrt{36}+5^3}$.

Rezolvare:

12 Determinați:

a cel mai mic număr natural nenul x, astfel încât numărul $\sqrt{12\cdot x}$ să fie natural.

b cel mai mic număr natural nenul x, astfel încât numărul $\sqrt{48\cdot x}$ să fie natural.

Rezolvare:

I.5 Operații cu numere reale

1 Calculați:

a perimetrul și aria pătratului cu latura egală cu $\sqrt{5}$ cm.

Rezolvare:

b perimetrul și aria triunghiului echilateral cu latura egală cu $2\sqrt{3}$ dm.

Rezolvare:

2 Calculați:

a $\sqrt{3}+2\sqrt{3}+7\sqrt{3}-5\sqrt{3}=$ .....

b $-3\sqrt{2}+\sqrt{2}-4\sqrt{2}+10\sqrt{2}=$ .....

c $4\sqrt{5}+(6\sqrt{5}-7\sqrt{5})=$ .....

d $-(3\sqrt{6}+\sqrt{6})+11\sqrt{6}=$ .....

3 Calculați $a+b$ și $a-b$ în fiecare dintre situațiile următoare:

a $a=3\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $b=2\sqrt{5}-\sqrt{2}$

$a+b=$ .....

$a-b=$ .....

b $a=4\sqrt{3}-2\sqrt{6}$, $b=7\sqrt{6}+\sqrt{3}$

$a+b=$ .....

$a-b=$ .....

c $a=2\sqrt{3}+3\sqrt{5}+5\sqrt{7}$, $b=5\sqrt{7}-2\sqrt{3}$

$a+b=$ .....

$a-b=$ .....

4 Stabiliți dacă rezultatul calculului $x+y+z$ este număr întreg, în fiecare dintre situațiile următoare:

a $a=4\sqrt{2}+3\sqrt{3}$, $b=3\sqrt{3}-\sqrt{2}$, $c=-6\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$a+b+c=$ .....

.....

b $a=7-5\sqrt{10}$, $b=2\sqrt{5}+9\sqrt{10}-3$, $c=6-4\sqrt{10}-2\sqrt{5}$

$a+b+c=$ .....

.....

5 Restrângeți, după ce ați scos factorii de sub radicali:

a $\sqrt{18}+\sqrt{8}-\sqrt{32}=$ .....

.....

b $\sqrt{45}+\sqrt{125}+\sqrt{20}=$ .....

.....

c $\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{48}=$ .....

.....

d $\sqrt{24}-\sqrt{54}-6\sqrt{6}=$ .....

.....

6 Scoateți factorii de sub radical, apoi calculați:

a $(\sqrt{18}+\sqrt{288})-(\sqrt{98}+\sqrt{200})=$ .....

.....

b $4\sqrt{18}+5\sqrt{108}-2\sqrt{72}=$ .....

.....

c $3\sqrt{162}-5\sqrt{12}-4\sqrt{75}+2\sqrt{50}=$ .....

.....

d $-4\sqrt{216}+3\sqrt{96}-\sqrt{54}+2\sqrt{600}=$ .....

.....

7 Completați următorul tabel:

Numărul	5	-4	$\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{9}$	$\sqrt{6}$	$-\sqrt{10}$	$\frac{\sqrt{11}}{3}$
Opusul					$-\sqrt{6}$		$-\frac{\sqrt{11}}{3}$
Inversul			$\frac{5}{3}$		$\frac{1}{\sqrt{6}}$		

8 Calculați:

a $3\sqrt{2}\cdot 4\sqrt{3}=$ .....; **b** $-2\sqrt{7}\cdot 5\sqrt{2}=$ .....;

c $6\sqrt{6}\cdot\sqrt{5}=$ .....; **d** $12\sqrt{6}:(4\sqrt{3})=$ .....;

e $30\sqrt{14}:(-5\sqrt{2})=$ .....; **f** $8\sqrt{18}:\sqrt{6}=$ .....

9 Arătați că numerele a, b și c sunt întregi:

$a=4\sqrt{10}-2\sqrt{8}-(6+4\sqrt{10})=$ .....

.....

$b=2(4+\sqrt{21})-6\sqrt{7}+2\sqrt{7}\cdot(3-\sqrt{3})=$ .....

.....

$c=4\sqrt{3}(\sqrt{8}-\sqrt{3})-2\sqrt{2}\cdot(3\sqrt{3}-\sqrt{2})=$ .....

.....

10 Efectuați:

a $2\sqrt{132}:\sqrt{11}+14\sqrt{30}:(2\sqrt{10})+9\sqrt{21}:\sqrt{7}-6\cdot\sqrt{3}=$

b $(3\sqrt{2}-\sqrt{5})\cdot\sqrt{3}+\sqrt{2}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{20})+\sqrt{5}\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{8})=$

c $\sqrt{48}\cdot(2\sqrt{75}-\sqrt{27}+2\sqrt{27})-\sqrt{48}\cdot\sqrt{12}=$

d $\sqrt{243}\cdot\sqrt{147}-2\sqrt{3}\cdot 7\sqrt{3}+3\sqrt{8}(5\sqrt{72}+6\sqrt{128})=$